Binary01:
Funmetdots

# Goocheltruc of algoritme?

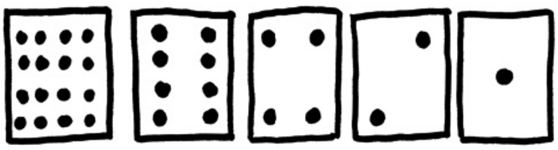
We beginnen  met een bekende goocheltruc, misschien ken je hem.

Neem de kaartjes met de getallen (zie laatste pagina). Geef de 6 kaartjes aan een persoon en vraag die een getal te kiezen dat op minstens 1 kaart voorkomt (niet aan jou vertellen). Laat hem/haar álle kaartjes met dat nummer uitzoeken en aan jou geven. Jij kijkt er naar en weet op magische wijze meteen het gekozen getal.

Hoe weet je dat? Neem van elk uitgekozen kaartje het getal linksboven en tel deze bij elkaar op! De uitkomst is het gekozen getal. Hee, hoe kan dat? Daar komen we straks op terug.

# Opwarmertje

Laten we snel beginnen! Veel introductie is er nu niet nodig, we gaan gemakkelijk beginnen. Je hebt nodig een set van 5 kaartjes nodig, zoals in onderstaand plaatje:



Kies hieruit een paar kaartjes zodanig dat op deze kaartjes samen 10 stippen staan.

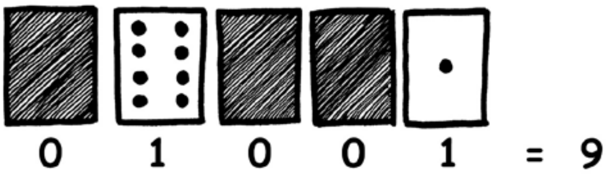
Gelukt? Mooi! Zoek nu uit de 5 kaartjes op dezelfde manier een deel uit zodat de gekozen kaartjes samen 13 stippen hebben. Daarna achtereenvolgens hetzelfde voor de getallen 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Zie je er al een logica in? Probeer dit eens aan elkaar uit te leggen?

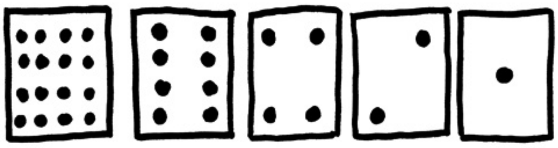
Te makkelijk? Mooi! Dan gaan we het nu langzaam iets uitdagender maken.

Het zal je nu spoedig duidelijk worden waarom we dit doen!

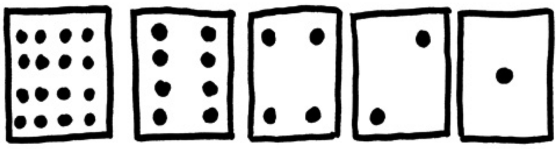
Hieronder staat aan de rechterkant steeds een getal en op dezelfde manier als hiervoor moet je uitzoeken welke kaartjes je nodig hebt voor dat getal, maar we gaan het ook opschrijven: als een kaartje meedoet zet je een ‘1’ op de stip onder het getal, als een kaartje niet meedoet zet je er een ‘0’ onder. Als het je niet lukt het getal te maken met de gegeven kaartjes mag je een kruis door het getal zetten.

Een voorbeeld:

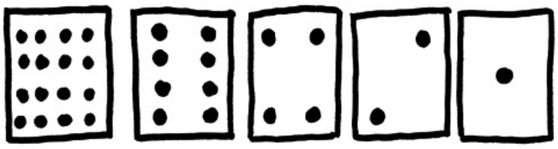




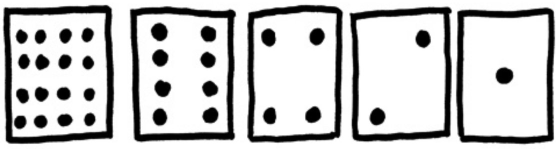
. . . . . nodig voor het getal 20



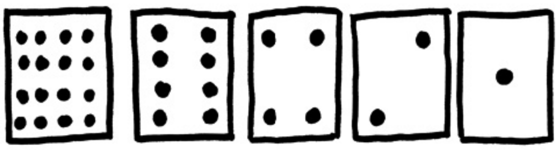
. . . . . nodig voor het getal 23



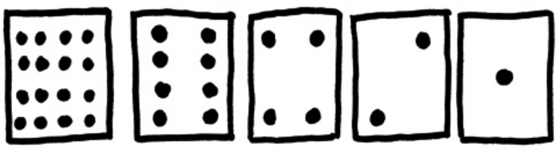
. . . . . nodig voor het getal 7



. . . . . is de binaire representatie van het getal 8

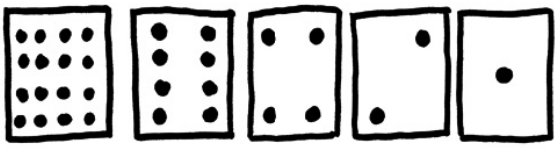


. . . . . is de binaire representatie van het getal 9

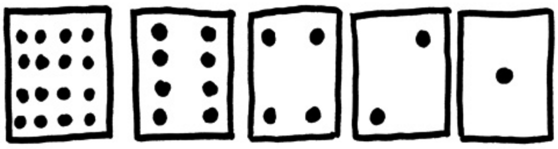


. . . . . is de binaire representatie van het getal 10

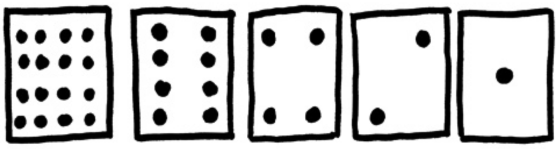
Valt je iets op aan de even getallen?



. . . . . is de binaire representatie van het decimale getal 30



. . . . . is de binaire representatie van het decimale getal 31



. . . . . is de binaire representatie van het decimale getal 32

Wat is het grootste getal dat je hiermee kunt maken?
En het kleinste?
Welke getallen er tussen in kun je hiermee niet maken?
Als je een extra kaartje erbij zou mogen hebben, hoeveel stippen zou deze dan hebben?
Waarom?
Wat zou dan het grootste getal zijn dat je met dit nieuwe kaartje erbij zou kunnen maken?

Zoek bij de volgende binaire getallen om naar een decimaal getal (vul dit op de puntjes in):

010001 is de binaire representatie van het getal ...
110110 is de binaire representatie van het getal ...
000111 is de binaire representatie van het getal ...
001110 is de binaire representatie van het getal ...
011100 is de binaire representatie van het getal ...
Valt je iets op aan de laatste 3 getallen?

Je had vast al bedacht dat met elk nieuw kaartje het aantal getallen dat je kunt maken verdubbelt. Wat we nu gedaan hebben is getallen in het tweetallige stelsel gerepresenteerd: met alleen de cijfers ‘0’ en ‘1’. Wij rekenen doorgaans in het tientallige of decimale stelsel, met de 10 cijfers: ‘0’, ‘1’, ‘2’, ‘3’ en zo door tot en met ‘9’, maar computers werken intern alleen tweetallig, ook wel binair genoemd. Een zogenaamd ‘***bit***’ kan de waarde 0 of 1 hebben en er wordt vaak gewerkt in groepjes van 8 bits: een ***byte***. Dit woord ken je vast van *MegaByte*, *GigaByte* of *TeraByte*, eenheden die aangeven hoeveel geheugen (nulletjes en eentjes) er beschikbaar zijn om van alles in op te slaan.

# De spanning is er nu wel wat af met 5 kaartjes

In plaats van stippen schrijven we nu een getal:

| 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Door in het onderste vakje een ‘0’ of ‘1’ te zetten kunnen we wederom getallen van decimaal naar binair omrekenen en andersom:

| 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Staat bijvoorbeeld voor het getal 40 (ben je het hiermee eens?). We werken dus nu eigenlijk alsof we 8 stippenkaartjes hebben.
We kunnen dus nu van tweetallig naar tientallig (binair naar decimaal) rekenen door in een tabel als hieronder de nullen en enen in te vullen (rechts aansluiten: het meest rechtse bit komt onder het ‘kaartje’met de ‘1’, verder mag je aan de linkerkant altijd nullen toevoegen) en dan alle getallen van de bovenste rij die boven een ‘1’ staan op te tellen.

| 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| . | . | . | . | . | . | . | . |

Verder kunnen we van tientallig naar binair (decimaal naar binair) omrekenen door in de bovenste rij de getallen op te zoeken die opgeteld het gewenste getal vormen. Hee, dat doet wel erg denken aan de goocheltruc uit het begin? Inderdaad is deze truc gebaseerd op binaire getallen! Als je de kaartjes naast elkaar legt zie je dat er één kaartje is dat begint met ‘1’, eentje dat begint met ‘2’, eentje met ‘4’, eentje met ‘8’ en zo door! Vergelijkbaar met de stippenkaartjes dus! Op het kaartje met de ‘8’ (bijvoorbeeld) staan de getallen waarbij je het keertje met de 8 stippen gebruikt, ofwel de getallen die in een tabel als hierboven onder de ‘8’ een ‘1’ hebben staan.

# Pizza’s

Stel we hebben 3 pizza’s voor 4 mensen. We weten dat ieder dan, althans bij gelijke verdeling, ¾ pizza krijgt. Maar hoe zou je dat dan tweetallig uitdrukken? Pak de stippenkaartjes er nog eens bij: als je ze op volgorde bekijkt (16 stippen of pizzaatjes, 8 pizzaatjes, dan 4, dan 2, tot slot 1), ligt het wel voor de hand dat op het volgende kaartje een halve pizza komt te staan, die erna een ¼, dan 1/8 en zo door. De rekenaars onder ons zullen meteen roepen: ‘oh, maar 3 pizza’s voor 4 mensen wil zeggen: een halve plus een kwart pizza per persoon, binair schrijven we dit op als:  0,11. Je ziet dat er dan een komma in het getal komt te staan, net als je dat bij ‘normale’ getallen ook gewend bent. Hieronder ¾ uitgedrukt in een tabel, waarbij voor de komma een extra (smokkel)vakje tussengevoegd is:

| **128** | **64** | **32** | **16** | **8** | **4** | **2** | **1** | | **1/2** | **¼** | **1/8** | **1/16** | **1/32** | **1/64** | **1/128** | **1/256** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | , | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Voorloopnullen laten we vaak weg, zoals je dat gewend bent bij het decimale stelsel, en als er een komma staat mag je nullen op het einde ook weglaten.

Vertaal ook onderstaande getallen naar binair:

5/8 :

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | , | | | | | | | | |

3/16 :

| **128** | **64** | **32** | **16** | **8** | **4** | **2** | **1** | | **1/2** | **¼** | **1/8** | **1/16** | **1/32** | **1/64** | **1/128** | **1/256** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | , | | | | | | | | |

1/10 :

| **128** | **64** | **32** | **16** | **8** | **4** | **2** | **1** | | **1/2** | **¼** | **1/8** | **1/16** | **1/32** | **1/64** | **1/128** | **1/256** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | , | | | | | | | | |

Als deze laatste gelukt is graag even doorgeven bij de workshop(bege)leider, want dit is een lastig geval!

Overigens wordt in plaats van de komma die we in Nederland gebruiken voor 'kommagetallen' bij computers vaak de punt gebruikt, zoals men dat in Engelstalige landen bij zogenoemde 'floating point' getallen gewend is.

# Met dank aan:

**De inspiratie en een deel van het materiaal voor deze workshop komt van CSUnplugged. Dat omvat onder andere een boek dat gratis is te downloaden voor persoonlijk en educatief gebruik, zie csunplugged.org. Het wordt verspreid onder een Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike licence, wat betekent dat je dit boek vrijelijk kan delen (kopiëren, distribueren en verzenden). Dit geeft je ook het recht het boek aan te passen of delen over te nemen. Maar alleen onder de volgende condities: er moet een verwijzing naar de auteurs gemaakt worden, je dit boek voor niet-commerciele doeleinden gebruikt en als je dit boek aanpast, verandert of stuk- ken eruit haalt, moet je dit delen onder dezelfde of soortgelijke licentie. Meer specifi- caties over deze licentie vind je online door te zoeken naar: CC BY-NC-SA 3.0.**
**Bij deze!**

Tim Bell, Ian H. Witten en Mike Fellows
Bewerking voor onderwijs door Robyn Adams en Jane McKenzie

Illustraties: Matt Powell

Nederlandse vertaling:
Suzanne van Kessel,
Marijn van der Meer,
Joek van Montfort en
Cobie van de Ven

Voor de FHICT doe-activiteit aangepast door Coen Crombach met mentale bijstand en inspiratie van Chris Geene.

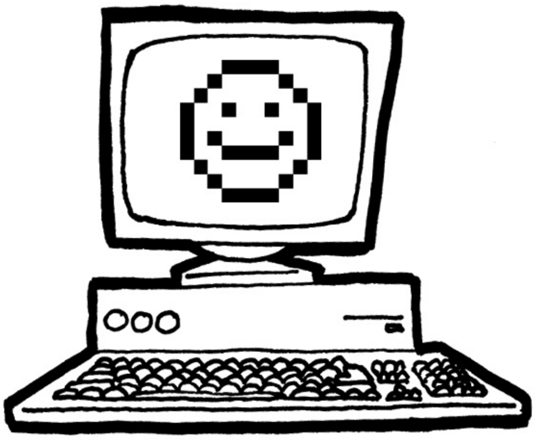
# Meer over binaire getallen

Een interessante eigenschap van binaire getallen zie je als je rechts van de serie getallen een 0 zet. Als we met 'gewone' getallen (decimale getallen heet dat) een 0 rechts zetten wordt het getal 10 keer zo groot. Bijvoorbeeld 9 wordt 90 en 30 wordt 300.

Maar wat gebeurt er als we een 0 achter een binair getal zetten? Probeer dit eens:

**1001 = 9          10010 = ?**

Doe het met nog een aantal getallen om te zien of je idee klopt. Wat is de regel en waarom denk je dat dit gebeurt?



# Bijlage: Hulpmiddelen (uit te printen)

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 6 | 7 | 10 | 11 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 18 | 19 | 22 | 23 | 26 | 27 | 30 | 31 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 34 | 35 | 38 | 39 | 42 | 43 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 50 | 51 | 54 | 55 | 58 | 59 | 62 | 63 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
| 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 | 29 | 31 |
| 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 33 | 35 | 37 | 39 | 41 | 43 | 45 | 47 |
| 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 49 | 51 | 53 | 55 | 57 | 59 | 61 | 63 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 12 | 13 | 14 | 15 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 28 | 29 | 30 | 31 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 |
| 36 | 37 | 38 | 39 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 52 | 53 | 54 | 55 | 60 | 61 | 62 | 63 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 |